

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

Πρόλογος

Μια ιστορική αναδρομή

Ο χρόνος σαν τέταρτη διάσταση

Ο Νευτώνειος χρόνος

Ο κλασσικός χωρόχρονος

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Οι απόψεις που θα εκθέσω σχετικά με το χώρο και το χρόνο πηγάζουν απ' την περιοχή της πειραματικής φυσικής απ' όπου και αντλούν την ισχύ τους. Είναι ριζοσπαστικές. Μέσα απ' αυτές θα φανεί ότι ο χώρος και ο χρόνος σαν ξεχωριστές έννοιες, ξεθωριάζουν σε απλές σκιές, και μόνο ένα είδος ένωσης των δύο, θα αποτελέσει μια ανεξάρτητη πραγματικότητα..... Minkowski

Πριν μια γενιά υπήρχε μια αρκετά χαρακτηριστική φήμη ότι μόνον τρεις άνθρωποι στον κόσμο καταλάβαιναν τη θεωρία της σχετικότητας που προτάθηκε απ' τον καθηγητή Αλβέρτο Αινστάιν. Μάλιστα οι περισσότεροι την αποκαλούσαν «η θεωρία» για να την απομονώσουν έτσι απ' την αποδεκτή πραγματικότητα. Χαρακτηριστικός είναι ο παρακάτω διάλογος : (καθηγητά Eddington αληθεύει ότι μόνο τρεις άνθρωποι στον κόσμο καταλαβαίνουν την θεωρία του Einstein; -Eddington: ποιος είναι ο τρίτος;)

Η «θεωρία» λοιπόν εισάγοντας μια φανταστική τέταρτη διάσταση οδηγούσε σε εξισώσεις που αποκάλυπταν ότι τα μήκη μπορούν να μικρύνουν, ο χρόνος να διασταλεί ,η μάζα να

εξαφανιστεί! Όλοι καταλάβαιναν ότι το θέμα ήταν συναρπαστικό, αλλά για λίγους προνομιούχους, ικανούς να το αντιληφθούν.

Οι καιροί όμως άλλαξαν. Ήδη η σχετικότητα έχει έναν αιώνα ζωής και διδάσκεται ακόμα και στα Λύκεια. Έχει αναγνωριστεί ότι τα μαθηματικά που χρησιμοποιεί είναι ιδιαίτερα απλά, τίποτα παραπάνω από λίγη άλγεβρα, γεωμετρία και τριγωνομετρία.

Η απομυθοποίηση ήρθε σιγά-σιγά. Απ' τα 1920 περίπου οι περισσότεροι επιστήμονες δέχτηκαν τη σχετικότητα σαν μια μεγαλύτερη προσέγγιση της πραγματικότητας απ' την κλασσική θεωρία. Βέβαια ο μέσος άνθρωπος δεν μπορούσε να αλλάξει τις καθιερωμένες πεποιθήσεις του τόσο γρήγορα όσο οι επιστήμονες. Όμως μετά την έκρηξη της ατομικής βόμβας στα 1945 το κοινό αποδέχτηκε την σχετικότητα σαν κάτι που αποδείχτηκε στην πράξη.

Διαδόθηκε ευρύτατα ότι η ατομική βόμβα στηρίζεται στον τύπο $E=mc^2$ που τώρα έγινε συρμός. Έγινε ευρύτατα γνωστό ότι η μάζα μπορούσε να θεωρηθεί μια μορφή ενέργειας και ότι αν η μάζα m εξαφανιστεί τότε ισοδύναμη ενέργεια θα εμφανιστεί. Έτσι οι ιδέες της θεωρίας συζητήθηκαν και διαδόθηκαν περισσότερο, χάνοντας την μυθική τους διάσταση, αποτελώντας πεποίθηση ενός μεγάλου αριθμού ανθρώπων.

Σήμερα μπορούμε να κατανοήσουμε με βεβαιότητα ότι το θέμα σχετίζεται με τη μελέτη του μεγαλειώδους φαινομένου της κίνησης και με τις έννοιες που εμπλέκονται σε αυτό, το οποίο από τον Αριστοτέλη μέχρι τον Αϊνστάιν ακολουθεί το ίδιο μοτίβο που ανανεώνεται:

Δηλαδή πάντα υπάρχει μια λογική και νοητή αρχή της κίνησης που είναι καθεαυτή ανεξάρτητη από την κίνηση.

Για τον Αριστοτέλη ήταν το πρώτο κινούν, για το Νεύτωνα ο απόλυτος χώρος, για τον Αϊνστάιν ο χωρόχρονος. Και τα τρία είναι μεταφυσικές κατασκευές και υποθέσεις που απαιτούνται για να ερμηνευτεί η κίνηση.

Αυτόν το χωρόχρονο θα περιγράψω στο βιβλίο αυτό.

Ο χωρόχρονος δεν υπάρχει όπως ο βράχος ή η θάλασσα, υπάρχει μόνο μέσα στο μυαλό μας, άλλωστε η ερμηνεία της κίνησης

απευθύνεται στο μυαλό μας. Ο άυλος νους μας κατασκευάζει τον άυλο χωρόχρονο για να γίνουν πραγματικότητες τα αισθητά και παρατηρήσιμα που συνοδεύουν την κίνηση, όπως ο απόλυτος χώρος είχε προταθεί για να γίνει πραγματικότητα η επιτάχυνση και η περιστροφή. Η ερμηνεία αυτών που 'φαίνονται', με υποθέσεις για πράγματα που δεν 'φαίνονται', είναι ανέκαθεν η λειτουργία της επιστήμης. Επειδή τα 'παρατηρήσιμα' άλλαξαν από την εποχή του Νεύτωνα, άλλαξε και η μεταφυσική πραγματικότητα που στέκεται πίσω απ' την κίνηση, τώρα έγινε ο χωρόχρονος.

Στο βιβλίο που ακολουθεί θέλησα να δώσω χωρίς καμιά εκλαϊκείωση, την ανάπτυξη της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας μέσα από την οντότητα που λέγεται χωρόχρονος, σε ένα επίπεδο ικανοποιητικό αλλά συγχρόνως κατανοητό απ' το μέσο μαθητή της θετικής κατεύθυνσης του Ελληνικού Λυκείου. Τα μαθηματικά του εφόδια υπερκαλύπτουν τις ανάγκες της θεωρίας και η κλασσική κινηματική και δυναμική του είναι γνωστές με όλες τις έννοιές τους.

Η γλώσσα που προτίμησα άρα ήταν η γεωμετρική γλώσσα και ειδικότερα, για την εισαγωγή στο θέμα, η χωροχρονική γεωμετρία του Loedel που είναι η πιο πρόσφατη και η πιο απλή αναπαράσταση του χώρου Minkowski. (Ο χώρος του Minkowski είναι ο τετραδιάστατος χωρόχρονος της ειδικής σχετικότητας). Με τη γεωμετρία τα πράγματα είναι πιο καθαρά, αφού το σχήμα μας καθοδηγεί σύντομα στον στόχο μας παρακάμπτοντας τους πλατειασμούς και τις μακροσκελείς περιγραφές.

Άλλωστε με τη γεωμετρική προσέγγιση ξεκαθαρίζουμε ότι το σύμπαν είναι τετραδιάστατο κι αρχίζουμε να σκεφτόμαστε διαφορετικά, χωροχρονικά, πράγμα που επιβάλλεται ιδιαίτερα αν θέλουμε να μπούμε στα μυστικά της σύγχρονης θεωρητικής φυσικής (γενική θεωρία σχετικότητας).

Η αναγωγή της πραγματικότητας απ' τις τρεις γνωστές μας διαστάσεις στις τέσσερις – χωρόχρονος-, θα οδηγήσει τη διαίσθηση των μαθητών σε συναρπαστικές αναπροσαρμογές, πράγμα διασκεδαστικό και συγχρόνως αναγκαίο αφού η νέα

χωροχρονική (δηλαδή τετραδιάστατη) γεωμετρία που εισάγουμε, θα παράγει τη νέα τρισδιάστατη φυσική.

Η γνωστή μας τρισδιάστατη γεωμετρία περιγράφει το ακίνητο σύμπαν δηλαδή τα σώματα που δεν κινούνται, η τετραδιάστατη γεωμετρία του χωρόχρονου, όπου έχει εισαχθεί ο χρόνος σαν τέταρτη διάσταση περιγράφει *γεωμετρικά τα κινούμενα σώματα*, που μετατρέπονται έτσι σε αντικείμενα της γεωμετρίας. Στη χωροχρονική γεωμετρία δεν υπάρχει η κίνηση της εμπειρίας, τίποτα δεν κινείται, ο χωρόχρονος είναι απόλυτος και ακίνητος όπως ο χώρος που έχουμε συνηθίσει στη μηχανική του Νεύτωνα. Η ανάμειξη του χρόνου με τις τρεις χωρικές διαστάσεις μετατρέπει την κίνηση σε γεωμετρία.

Τι είναι ο παρατηρητής; Είναι ένα σύστημα αναφοράς μέσα στο χωρόχρονο. Δηλαδή κάτι που κινείται αλλά το μελετούμε γεωμετρικά σαν ακίνητο. Ας θυμηθούμε ότι την κίνηση στο Νεύτωνα την μετρούσαμε ως προς κάποιο σώμα αλλά την *ερμηνεύαμε* ως προς τον απόλυτο χώρο. Τώρα την *ερμηνεύουμε* σαν ακινησία στο χωρόχρονο. Τώρα είναι η χωροχρονική γεωμετρία η οποία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί και ως η γεωμετρία της κίνησης, που θα αναλάβει να περιγράψει τις ιδιότητες της κίνησης που παράγονται στο σύστημα αναφοράς του παρατηρητή και από αυτή την περιγραφή θα προκύψει η επανάσταση της σχετικότητας.

Κατά την πορεία της θεωρίας αφού περιγράψω γεωμετρικά και τον κλασσικό χωρόχρονο, μέσα απ' τον οποίο περιγράψω την κλασσική μηχανική, χρησιμοποιώ την γεωμετρία Loedel μέχρι την εξαγωγή των μετασχηματισμών Lorentz.

Με τη μέθοδο Loedel ουσιαστικά γεωμετροποιούμε τις νέες μεθόδους μέτρησης του χώρου και του χρόνου εισάγοντας την νέα κινηματική.

Στη συνέχεια παρουσιάζω στοιχεία της αναλυτικής γεωμετρίας Minkowski εντελώς ανάλογης της Ευκλείδειας αναλυτικής γεωμετρίας που είναι γνωστή απ' το λύκειο. Η χαρακτηριστική και μόνιμή μας διαφορά είναι η χρήση τεσσάρων διαστάσεων αντί τριών και φυσικά η μεταβολή των τύπων για το μέτρο και το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων.

Τέλος μέσα από τετρα-διανύσματα που συνθέτουμε, παράγουμε την νέα μηχανική με όλα τα εξαιρετικά αποτελέσματα που γνωρίζουμε.

Το βιβλίο λοιπόν αυτό δεν είναι βιβλίο φυσικής αλλά βιβλίο γεωμετρίας. Στο παράρτημα παρουσιάζω το κλασσικό κείμενο του Minkowski 'ο χώρος και ο χρόνος' σε μετάφραση δική μου και ίσως σε πρώτη Ελληνική παρουσίαση. Το κείμενο αυτό είναι η πηγή κάθε γεωμετρικής προσέγγισης της σχετικότητας.

Πρέπει στο σημείο αυτό να ευχαριστήσω θερμά τη συνάδελφο φιλόλογο κ. Αναγνώστη Ελένη για τις χρήσιμες υποδείξεις της και διορθώσεις στα κείμενα αυτού του βιβλίου.

ΜΙΑ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

«Είναι αξιοσημείωτο ότι η τρισδιάστατη γεωμετρία του στατικού κόσμου που θεμελιώθηκε αξιωματικά απ' τον Ευκλείδη, είχε έναν τόσο διαισθητικά διαυγή χαρακτήρα, ενώ η θεμελίωση της γεωμετρίας του χωρόχρονου έγινε μετά από μακροχρόνιο αγώνα και με αναφορές σ' ένα μεγάλο σύνολο φυσικών φαινομένων και εμπειρικών πληροφοριών»

-Weyl-

Ο μίτος της Αριάδνης για την κατάσταση που περιγράφει ο Weyl είναι η μελέτη της κίνησης , ένα θέμα που η κλασσική φυσική νόμιζε ότι είχε περιγράψει.

Για να εκφράσω την κίνηση ενός σώματος είναι αναγκαίο να εκλέξω ένα σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο το σώμα αυτό κινείται. Όταν π.χ περπατώ μέσα σ' ένα τραίνο, τότε κινούμαι ως προς το τραίνο αλλά είναι δυνατόν

με κατάλληλη κίνηση του τραίνου , τελικά να είμαι ακίνητος ως προς την αποβάθρα . Τότε τι συμβαίνει στην πραγματικότητα; Είμαι «πραγματικά» κινούμενος ή «πραγματικά» ακίνητος;

Πριν απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό ας σκεφτούμε την περίπτωση της κίνησης της γης . Η γη περιστρέφεται γύρω απ' τον ήλιο ο οποίος κινείται σε σχέση με το κέντρο του γαλαξία ο οποίος γαλαξίας κινείται σε σχέση με άλλους γαλαξίες κλπ. Πως είναι δυνατόν να πούμε αν «πράγματι» κινούμαι ή «πράγματι» είμαι ακίνητος;

Για να αποφασίσουμε πότε ένα σώμα «πραγματικά» κινείται. θα πρέπει να βρούμε ένα σύστημα αναφοράς το οποίο είναι «στερεωμένο» σταθερά και μόνιμα στο χώρο και τώρα έχουμε στο μυαλό μας την εικόνα του απόλυτου χώρου της Νευτώνειας μηχανικής . Εάν ένα σώμα κινείται ως προς αυτό το σύστημα τότε «πραγματικά» κινείται και το πρόβλημα λύθηκε. Αυτό που χρειάζεται λοιπόν είναι να βρούμε ένα τέτοιο προνομιούχο σύστημα αναφοράς .

Άραγε υπάρχει τέτοιο σύστημα; Αν υπάρχει κάποιο άστρο «πραγματικά» ακίνητο, η αρχή δηλαδή του προνομιούχου συστήματος, πως μπορούμε να το ξεχωρίσουμε απ' τις μυριάδες άλλα άστρα;

Ίσως αντί για ένα απομονωμένο σώμα , το ακίνητο σύστημα αναφοράς που ψάχνουμε να εμποτίζει , να διεισδύει σ' όλο το χώρο! Η ιδέα αυτή φάνηκε ελκυστική κυρίως αφότου ο Maxwell βρήκε στα 1864 ότι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται με μια ταχύτητά που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός, πράγμα που έκανε σαφές ότι το φως ήταν ένα είδος ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Για να διαδοθεί

όμως το φως , θα χρειαζόνταν ένα μέσο διάδοσης όπως όλα τα κύματα, όπως π.χ. ο ήχος χρειάζεται τον αέρα.

Φάνηκε λοιπόν ότι ήταν δυνατόν , το μέσο αυτό για την διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων , να είναι το «πραγματικά» ακίνητο σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο θα διαπιστώναμε και θα μετρούσαμε κάθε κίνηση.

Στο μέσο αυτό δόθηκε το όνομα, **αιθέρας**, και άρχισαν οι θεωρητικές περιγραφές του που φαίνονταν πολύ παράξενες. Φυσικά ο αιθέρας έπρεπε να υπάρχει και στο κενό, αφού το φως διαδίδεται στο κενό, πράγμα που τον έκανε ακόμα πιο παράξενο.

Υπάρχει όμως και η άλλη εκδοχή : είναι αδύνατον να αποφασίσω, να διαπιστώσω αν κάτι κινείται «πραγματικά». Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει το προνομιούχο αυτό «ακίνητο» σύστημα στο φυσικό χώρο τότε το μόνο που μας μένει είναι να δώσουμε την ταχύτητα του B σε σχέση με το A. Τώρα είναι αδύνατο να πούμε ότι ο A ή ο B κινείται «πραγματικά». Το « κινείται πραγματικά» δεν έχει νόημα. Βέβαια στην περίπτωση αυτή δεν θα υπήρχε και ο αιθέρας , και επομένως η διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος χωρίς κάποιο μέσο διάδοσης θα ήταν αδύνατη.

Ας δούμε τώρα τα πράγματα από μαθηματική άποψη. Για τα μαθηματικά, δηλαδή για το μοντέλο του κόσμου μέσα στο μυαλό μας, ο κόσμος της κλασσικής φυσικής είναι ένα σύνολο από βαθμωτά μεγέθη, διανύσματα και τανυστές που υπάρχουν και μεταβάλλονται μέσα στο χώρο και στο χρόνο . Ένα φυσικό φαινόμενο , καθώς συνδέεται με ένα αυθαίρετο σύστημα αναφοράς εκφράζεται με ένα σύνολο εξισώσεων στις οποίες οι χρονικές και χωρικές συντεταγμένες παριστάνουν

τις μεταβλητές . Οι εξισώσεις αυτές είναι οι φυσικοί νόμοι. Η σχετική κίνηση των συστημάτων αναφοράς βάζει ένα θεμελιώδες πρόβλημα της θεωρητικής φυσικής: έχοντας τις εξισώσεις του φαινομένου στο σύστημα A, το οποίο κινείται σε σχέση με το B πως θα εκφράσω τις εξισώσεις του ίδιου φαινομένου στο σύστημα B, με καθαρά μαθηματικές μεθόδους και χωρίς προσφυγή στο πείραμα;

Η απάντηση είναι: εφαρμόζω μια μαθηματική διεργασία που ονομάζεται μαθηματικός μετασχηματισμός και η εξίσωση στην οποία εφαρμόστηκε λέμε ότι μετασχηματίστηκε. Αφού ένα σύστημα αναφοράς αντικαθίσταται με ένα άλλο, ο μετασχηματισμός θα εφαρμοστεί στις χωροχρονικές μεταβλητές ή συντεταγμένες που υπάρχουν στην εξίσωση. Οι μετασχηματισμοί αυτού του είδους ονομάζονται χωροχρονικοί μετασχηματισμοί.

Το πρόβλημα λοιπόν ανάγεται στην εύρεση αυτών των μετασχηματισμών οι οποίοι να αποδίδουν τα συμβαίνοντα στον φυσικό κόσμο σε σχέση με την κίνηση. Είναι σαφές ότι αυτοί δεν είναι δυνατόν να αποδοθούν a priori αλλά μετά από μελέτη της συμπεριφοράς των φυσικών φαινομένων σε σχέση με την κίνηση.

Έτσι στην πορεία αυτή , η κλασσική φυσική όρισε τους Γαλιλαιικούς μετασχηματισμούς τους γνωστούς $x' = x - ut$ $\psi' = \psi$ $z' = z$ $t' = t$ οι οποίοι όπως θα δούμε αναλυτικότερα παρακάτω μετέφεραν το χώρο και το χρόνο της κλασσικής φυσικής από ένα αδρανειακό (μη επιταχυνόμενο) σύστημα σε ένα άλλο που είναι σε ομαλή και ευθύγραμμη κίνηση (ταχύτητα) ως προς το πρώτο. Είναι οι μετασχηματισμοί που επιβεβαιώνουν την εντύπωση που παράγεται απ' όλα τα

πειράματα της κλασσικής φυσικής, ότι μια απόσταση στο χώρο και μια διάρκεια στον χρόνο παραμένουν αναλλοίωτες όταν αλλάζουμε σύστημα αναφοράς.

Ο περιορισμός των αδρανειακών παρατηρητών¹ και της ευθύγραμμης και ομαλής κίνησης σ' όλο το κείμενο υπάρχει, διότι ξέρουμε απ' την εμπειρία ότι οι νόμοι της φυσικής δεν είναι ίδιοι για δύο παρατηρητές με σχετική επιτάχυνση. Το παράδειγμα του ιδεατού πειράματος του ασανσέρ σε ελεύθερη πτώση όπου εξαφανίζεται η βαρύτητα είναι ενδεικτικό. Έτσι για να αποφύγουμε την ανάγκη εισαγωγής επί πλέον δυνάμεων στα φαινόμενα και να έχουμε μια καθαρή εικόνα της επίδρασης της κίνησης σ' αυτά, θα περιοριστούμε σε αδρανειακούς παρατηρητές.

Οι Γαλιλαιικοί μετασχηματισμοί εφαρμοζόμενοι σε προβλήματα όπως π.χ. η αλλαγή του σχήματος της τροχιάς σώματος σε ελεύθερη πτώση όπως φαίνεται απ' τον ακίνητο (στην αποβάθρα) και τον κινούμενο (στο τραίνο) παρατηρητή, η αλλαγή του χρώματος του φωτός μιας μονοχρωματικής πηγής φωτός σε κίνηση ή αντίστοιχα του τόνου μιας μουσικής νότας, φάνηκαν να επαληθεύονται απ' το πείραμα με όση προσέγγιση επέτρεπε η ακρίβεια των οργάνων.

Από μαθηματική λοιπόν πάντα άποψη, αν υπήρχε το προνομιούχο σύστημα αναφοράς, το «πραγματικά» ακίνητο που ψάχνουμε, θα έπρεπε οι νόμοι της φυσικής να έπαιρναν την απλούστερη μορφή στο σύστημα αυτό αφού δεν υπεισέρχεται κανενός είδους μετασχηματισμός στις εξισώσεις του. (Βέβαια η ίδια η γη δεν αποτελεί αδρανειακό σύστημα αφού έχει γωνιακή ταχύτητα και δεν κινείται ευθύγραμμα.

¹ Είναι αυτοί που ζουν και εργάζονται σε αδρανειακό σύστημα.

Όμως για τις χρονικές διάρκειες των οπτικών πειραμάτων και λόγω της πολύ μικρής ταχύτητας ως προς το φως θεωρείται αδρανειακό σύστημα πράγμα που προϋποθέτουν οι εξισώσεις της μηχανικής και της ηλεκτροδυναμικής).

Αν αντίθετα δεν υπήρχε προνομιούχο σύστημα , έπρεπε οι εξισώσεις που εκφράζουν τους φυσικούς νόμους να παραμένουν «αναλλοίωτες» δηλαδή να έχουν την ίδια μαθηματική μορφή σε κάθε αδρανειακό σύστημα. Ή με άλλα λόγια οι Γαλιλαιικοί μετασχηματισμοί να μη μεταβάλλουν τη μορφή των εξισώσεων των φυσικών νόμων. Και στο σημείο αυτό υπάρχει η μεγάλη έκπληξη.

A) όταν οι Γαλιλαιικοί μετασχηματισμοί εφαρμοστούν στους νόμους της μηχανικής, οι νόμοι αυτοί παραμένουν αναλλοίωτοι . Αυτό εκφράζει **την αρχή της σχετικότητας** της κλασσικής φυσικής. Ας δούμε για παράδειγμα την εφαρμογή της σχετικότητας της κίνησης στον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα. Αυτός είναι ο γνωστός (σε μία διάσταση)

$m \ddot{x} = F_x$ και έχοντας $x' = x - ut$ είναι $d^2x' / dt^2 = d^2(x - ut) / dt^2 = d^2x / dt^2$. Υποθέτουμε ότι οι δυνάμεις οφείλονται μόνο στην αλληλεπίδραση των σωμάτων δηλαδή εξαρτώνται απ' την σχετική θέση τους και επειδή οι αποστάσεις είναι ανεξάρτητες του συστήματος συντεταγμένων (αμετάβλητο του μήκους) καθώς και $t = t'$ άρα το διάνυσμα της δύναμης είναι το ίδιο σ' όλα τα αδρανειακά συστήματα. Λαμβάνοντας δε υπ' όψη ότι οι άξονες των δύο συστημάτων είναι παράλληλοι προκύπτει ότι $F'_x = F_x$ άρα ο νόμος στο σύστημα S' γίνεται

$m \ddot{x}' = F'_x$ δηλαδή έχει την ίδια μορφή στα δύο συστήματα.

B) Όταν όμως οι μετασχηματισμοί εφαρμοστούν στους νόμους της ηλεκτροδυναμικής εμφανίζεται μια σαφής διαφορά στην μαθηματική τους μορφή: οι νόμοι δεν παραμένουν αναλλοίωτοι ως προς τους Γαλιλαιικούς μετασχηματισμούς. Θα εξετάσουμε τον τρόπο μετασχηματισμού της κυματικής εξίσωσης του φωτός που είναι συνέπεια των εξισώσεων Maxwell. Αυτή είναι η γνωστή $\partial^2\phi/\partial x^2 = 1/c^2 \partial^2/\partial t'^2$ όπου ϕ είναι οποιαδήποτε απ' τις έξη συνιστώσες του ηλεκτρικού ή μαγνητικού πεδίου στο σύστημα S. Θεωρώντας την ϕ σαν συνάρτηση των x' , t' όπου $x' = x - ut$ $t' = t$ απ' τους κανόνες παραγωγισής προκύπτει εύκολα ότι η κυματική εξίσωση για το S' γίνεται

$$(1 - u^2/c^2)\partial^2\phi/\partial x'^2 = 1/c^2\partial^2\phi/\partial t'^2 - 2u\partial^2\phi/\partial x'\partial t' \dots\dots(1.a)$$

όπου έχουμε μια σαφή μεταβολή στη μορφή της εξίσωσης.

Η μεταβολή αυτή υποδεικνύει ότι οι νόμοι αυτοί ήταν φυσικό να θεωρηθούν ως ισχύοντες σε ένα μόνο σύστημα αναφοράς, το «πραγματικά» ακίνητο ως προς τον ακίνητο αιθέρα. Έτσι αφού άλλαζαν μορφή ανάλογα με το σύστημα - βλέπουμε στην (1.a) τον όρο u - θα ήταν δυνατόν με την βοήθεια λεπτών ηλεκτρομαγνητικών ή οπτικών πειραμάτων να βρούμε την ταχύτητα u του συστήματος S' ως προς τον αιθέρα, βέβαια πάντα με την με την προϋπόθεση ότι οι Γαλιλαιϊκοί μετασχηματισμοί και οι νόμοι του Maxwell ήταν αληθείς. Αυτή ήταν η πάγια πεποίθηση των φυσικών την περίοδο αυτή. Ακριβή πειράματα θα αποδείκνυαν την ταχύτητα u των οργάνων μας, άρα και του πλανήτη μας δια μέσου του ακίνητου αιθέρα.

Έτσι ξεκίνησε μια σειρά πειραμάτων, τα περίφημα αρνητικά πειράματα με διασημότερο το πείραμα των Michelson-Morley με το καταπληκτικό αποτέλεσμα: **δεν μπορούσε να αποδειχτεί πειραματικά η κίνηση της γης , η συμπεριφορά των φωτεινών κυμάτων δεν έμοιαζε με αυτήν των ακουστικών κυμάτων, δεν υπήρχε προνομιούχο, «πραγματικά» ακίνητο σύστημα αναφοράς για την ισχύ των ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων.**

Για να συνοψίσουμε λοιπόν από μαθηματική και φυσική άποψη:

Υπάρχει εδώ ένα τρίγωνο: οι μετασχηματισμοί Γαλιλαίου, η μηχανική και η ηλεκτροδυναμική, Οι νόμοι της μηχανικής παραμένουν αναλλοίωτοι ως προς τους Γαλιλαϊκούς μετασχηματισμούς, οι νόμοι της ηλεκτροδυναμικής όχι. Αυτή είναι η πρώτη ασυμμετρία. Έστω όμως: οι νόμοι της ηλεκτροδυναμικής ισχύουν για ένα προνομιούχο σύστημα! Αλλά το πείραμα αρνείται την ύπαρξή του!

Στην σύγχυση αυτή μια πρώτη λύση έδωσε ο Lorentz με τους περίφημους μετασχηματισμούς του με τους οποίους αντικατέστησε τους Γαλιλαϊκούς διατηρώντας όμως τον αιθέρα. Τώρα όμως ενώ οι νόμοι της ηλεκτροδυναμικής παραμένουν αναλλοίωτοι οι νόμοι της μηχανικής μεταβάλλονται. Το ίδιο αδιέξοδο αλλά αντίστροφα.!

Για να εξηγήσει την αποτυχία αυτή ο Lorentz έκανε μια υπόθεση η οποία βασίζεται ακριβώς στην αναλλοιότητα της οπτικής για το σύνολο G_0 . Σύμφωνα με τον Lorentz κάθε κινούμενο σώμα συστέλλεται κατά την διεύθυνση της κίνησής του , συγκεκριμένα δε η αναλογία της συστολής είναι $1:\sqrt{1-u^2/c^2}$ όπου u η ταχύτητα του σώματος .

Η υπόθεση αυτή φαίνεται υπερβολικά φανταστική γιατί η συστολή δεν θεωρείται σαν συνέπεια της αντίστασης του αιθέρα ή κάτι παρόμοιο αλλά απλά σαν μια ιδιότητα άνωθεν σαν κάτι που συνοδεύει την κατάσταση της κίνησης.....Minkowski

Είχε έρθει πια η ώρα για μια μεγάλη ανατροπή της κλασσικής μηχανικής, για ένα άλλο σύμπαν. Αυτό ήταν το έργο του Einstein.

Κεφάλαιο πρώτο

1. Ο ΧΡΟΝΟΣ ΣΑΝ ΤΕΤΑΡΤΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ.

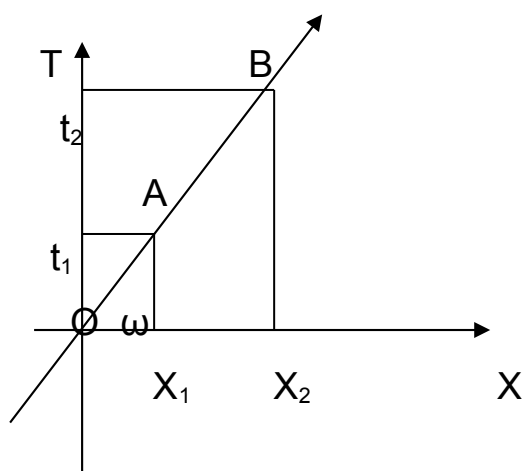
Η γεωμετρία της κίνησης βασίζεται και μορφοποιείται πάνω σε μια απλή και σημαντική παρατήρηση: καμία κίνηση δεν συμβαίνει στο χώρο μόνο, αλλά στο χώρο και στο χρόνο. *«Αν δεν ήταν έτσι, έπρεπε το κινητό να βρίσκεται την ίδια χρονική στιγμή σ' όλα τα σημεία της διαδρομής του. Αυτό όμως θα κατέστρεφε την εικόνα της κίνησης».*

Έτσι ερμηνεύονται φαινόμενα της καθημερινής ζωής που φαίνονταν αυτονόητα: άραγε τι θα συνέβαινε αν το πόδι μας ήταν ταυτόχρονα σε κάθε θέση κατά την διάρκεια του βαδίσματος; γιατί κατά το βάδισμα το «παλιό» πόδι δεν φράζει το δρόμο στο «νέο» πόδι, στο επόμενο βήμα; Γιατί ένα σώμα που ταλαντώνεται δεν εμποδίζεται απ' τις προηγούμενες θέσεις του;

Το υλικό σημείο Α λοιπόν εκτελεί δύο κινήσεις, μια ορατή στο χώρο και μια αόρατη στον χρόνο. Αν η κίνηση στον χώρο θεωρείται πραγματική γιατί πιστοποιείται με την όραση, η κίνηση στον χρόνο είναι εξ' ίσου πραγματική και πιστοποιείται με μια άλλη αίσθηση: την αίσθηση της ροής του χρόνου που υπάρχει μέσα μας και λειτουργεί ανεξήγητα όπως θα δούμε στη συνέχεια. Θα την ονομάσουμε αίσθηση του χρόνου.

Η εκτέλεση λοιπόν απ' το κινητό των δύο αυτών πραγματικών κινήσεων δίνει την συνισταμένη κίνηση στον χωρόχρονο. Έτσι γεννιέται το χωροχρονικό διάγραμμα, όπου ο χρόνος έχει το δικό του άξονα Ot δίπλα στους άξονες του χώρου.

Θεωρώντας μία μόνο χωρική διάσταση έχω για την γεωμετρική παράσταση της κίνησης $x=ut$ την ευθεία (ϵ) που λέγεται κοσμική γραμμή του κινητού, όπου $\epsilon\omega=u$. Ας προσέξουμε όμως την βασική ιδέα του χωροχρονικού διαγράμματος του σχήματος 1.



Σχήμα 1

Το κινούμενο σωματίδιο του τρισδιάστατου χώρου μετατρέπεται σε μια τροχιά για τον τετραδιάστατο χωρόχρονο, η κίνηση γίνεται γραμμή. Αναπτύσσοντας αυτήν την μετατροπή έχουμε ότι τα παλιά σημεία του χώρου γίνονται **γεγονότα** στον χωρόχρονο - 4 διαστάσεις – τα υλικά σώματα γίνονται γραμμές, **οι κοσμικές γραμμές**, ευθείες για την ομαλή κίνηση καμπύλες για την μεταβαλλόμενη και τελικά το τρισδιάστατο

κινούμενο γίνεσθαι μετατρέπεται σε μια τετραδιάστατη ακίνητη εικόνα.! (επειδή δεν μπορούμε να φανταστούμε την τετραδιάστατη αυτή εικόνα, στα σχήματα χρησιμοποιούμε μια μόνο χωρική διάσταση που αντιπροσωπεύει το χώρο και ανταποκρίνεται στη διαίσθησή μας) Ο φυσικός χώρος της εμπειρίας μας είναι μια τρισδιάστατη τομή του χωρόχρονου που την φανταζόμαστε να κινείται κατά τη διεύθυνση της 4^{ης} διάστασης, δηλαδή του χρόνου. Δεν είναι ο χρόνος που κυλάει ανεξάρτητα και έξω από εμάς, αλλά η συνείδησή μας που τον διαπερνά και τον διασχίζει όπως ακριβώς το σώμα μας διασχίζει μια χωρική απόσταση. Γράφει ο Weyl

«...είναι η συνείδησή μας που διαπερνά αυτόν τον κόσμο, αποκτάει εμπειρία των τμημάτων του, τα οποία συναντάει και αφήνει πίσω της σαν ιστορία...»

Αυτή ακριβώς είναι η έννοια του στατικού χρόνου. Ο χρόνος υπάρχει όπως κάποια τοποθεσία και εμείς τον διασχίζουμε όπως διασχίζουμε έναν δρόμο.

Ο παρατηρητής στο σχήμα 1 που βρίσκεται στη θέση O μετακινούμενος κατά την διεύθυνση Ox μεταφέρει και τον άξονα Ox παράλληλα με τον εαυτό του κατά την ίδια διεύθυνση Ot . Ο Ox είναι ο χώρος του παρατηρητή. Όμως ο Ox κατά την κίνησή του αυτή τέμνει συνεχώς την κοσμική γραμμή του σωματιδίου. Έτσι βλέπει στον Ox , στο χώρο του, το υλικό σώμα να κινείται απ' το X_1 προς το X_2 . Παρατηρεί κίνηση, αλλά τώρα πια δεν είναι γεωμέτρης του χωρόχρονου αλλά φυσικός που μελετάει μια κίνηση στον τρισδιάστατο χώρο.

Αν δεχτούμε την χωροχρονική εικόνα για τον κόσμο μας και το τρισδιάστατο γίνεσθαι σαν αποτέλεσμα της διαδρομής της συνείδησής μας πάνω στον άξονα του χρόνου προκύπτει

άμεσα το ερώτημα: Τι είναι αυτό που παράγει την ψευδαίσθηση της ροής του χρόνου μέσα μας; Ποια είναι η αιτία της τρισδιάστατης κινούμενης πραγματικότητας που μας δίνουν οι αισθήσεις μας;

Ο καθηγητής Rucker στο “Geometry, relativity and the fourth dimension” αναφέρεται στο ερώτημα αυτό λέγοντας: «...πολλοί ερευνητές πλησίασαν το θέμα αυτό. Μια πολύ καλή προσπάθεια έγινε απ’ τον Daud Park στο άρθρο του «ο μύθος της ροής του χρόνου». Η κεντρική του ιδέα είναι ότι στην πραγματικότητα συνυπάρχουμε με κάθε στιγμή της ζωής μας. Κάθε στιγμή του παρελθόντος και του μέλλοντος υπάρχει σταθερά στον σκελετό του 4-στατου χωρόχρονου. Η ψευδαίσθηση της ροής του χρόνου είναι μια συνέπεια της κατασκευής του σύμπαντος: προκύπτει απ’ το γεγονός ότι τα ίχνη της ανάμνησης του γεγονότος, δηλαδή οι συντεταγμένες της ανάμνησης έχουν χρονικές συνιστώσες μεγαλύτερες απ’ τις αντίστοιχες των συντεταγμένων του γεγονότος, και δεν μπορεί να εξηγηθεί γιατί συμβαίνει έτσι. Είναι μια παρατηρήσιμη ιδιότητα του σύμπαντος....

....Έτσι οι αναμνήσεις μας από σκέψεις ή γεγονότα υπάρχουν πάντα σε στιγμές αργότερα απ’ τις στιγμές της πραγματοποίησής τους. Κάθε σημείο της κοσμικής γραμμής του καθενός μας συσχετίζεται με τα άλλα πάντα μέσω της σύγκρισης των αναμνήσεων. Δεν υπάρχει παράδοξο στην πρόταση ότι ο προηγούμενος εαυτός μου που σχεδίασε το σχήμα 1 υπάρχει ακόμα! Κάθε στιγμή της ζωής μας υπάρχει πάντα, η στιγμή της γέννησής μας η στιγμή του θανάτου μας κλπ.

Θα μπορούσε όμως κάποιος να πει: μα εγώ γνωρίζω ότι υπάρχω ακριβώς τώρα. Το παρελθόν πέρασε, το μέλλον

δεν ήρθε ακόμα! Αν το παρελθόν υπάρχει, θα ήταν αδύνατον για την συνείδησή μου να μεταπηδήσει πέντε λεπτά πριν;

Όμως δεν υπάρχει συνείδηση που να μεταπηδάει πίσω ή μπροστά. Το αίσθημα του «πέντε λεπτά πριν» είναι αμετάβλητο για την ανθρώπινη συνείδηση. Κι αν ακόμα είχε κάποιο νόημα, κι αν ακόμα θα μπορούσαμε να μεταπηδήσουμε στο παρελθόν, δεν θα μπορούσαμε να το συνειδητοποιήσουμε! Γιατί αν επιστρέφαμε στο σώμα και στις σκέψεις μας, σ' αυτά που ήταν πέντε λεπτά πριν, δεν θα είχαμε την ανάμνηση του μέλλοντος. Θα σκεφτόμασταν τα ίδια πράγματα και θα κάναμε τις ίδιες κινήσεις. Θα μπορούσαμε να διαβάσουμε αυτό το βιβλίο πενήντα φορές χωρίς να το συνειδητοποιήσουμε. Άλλωστε η ιδέα του μπρος-πίσω προϋποθέτει μια συνείδηση που 'φωτίζει' μια μόνο κινούμενη τομή στον χωρόχρονο, ιδέα στην οποία αντιτεθήκαμε εξ' αρχής....»

Συνοψίζοντας μέχρι τώρα θα μπορούσαμε να πούμε:

Η ανάδειξη του χρόνου σε τέταρτη διάσταση στον τετραδιάστατο χωρόχρονο είναι ο κοινός παρονομαστής κάθε γεωμετροποίησης της κίνησης. Η στατικότητα αυτή του χρόνου τον εξομοιώνει με τις άλλες διαστάσεις (του χώρου) χωρίς όμως να τον κάνει ταυτόσημο με αυτές. Δεν εξομοιώνεται δηλαδή ο χωρόχρονος με έναν τετραδιάστατο χώρο. Ας φανταστούμε ένα διασκεδαστικό παράδειγμα: Κινούμενος σ' έναν τετραδιάστατο χώρο, θα μπορούσαμε να βγούμε από ένα κλειδωμένο δωμάτιο χωρίς τα κλειδιά, όπως ένας τρισδιάστατος βγαίνει από έναν κύκλο χαραγμένο στο πάτωμα. Όμως δεν μπορούμε με μια μόνο χρονική κίνηση προς τα πίσω να βγάλουμε την τροφή απ' το στομάχι ενός ανθρώπου χωρίς να τον ενοχλήσουμε!

Ο χρόνος λοιπόν κρατάει την ταυτότητά του αλλά πρέπει να τονίσουμε για άλλη μια φορά ότι: η χρήση του

διαγράμματος 1 και αργότερα η γεωμετρία του χωρόχρονου σημαίνει ένα πράγμα: στατική αντίληψη του χρόνου.

Υπάρχει άραγε άλλος τύπος συνείδησης που να μας κάνει ικανούς να βιώσουμε καταστάσεις στο στατικό χωρόχρονο κι όχι στο χώρο με τις κινήσεις όπως τον ξέρουμε; Από εδώ ξεκινούν οι ασκητές του Γιόγκα που μιλούν για αθανασία και ελευθερία κλπ, οι θεωρήσεις για τους παράλληλους κόσμους κλπ.

Όμως παραμένει το ερώτημα: γιατί όλα αυτά; γιατί η αναφορά μας στη τετραδιάστατη κατάσταση, στο χωρόχρονο, στο στατικό χρόνο; Τα χωροχρονικά διαγράμματα ήταν γνωστά από πολύ παλιά, γιατί τώρα να επιμείνουμε στην γεωμετρική περιγραφή της κίνησης καταργώντας την ίδια μας την διαίσθηση;

Για απάντηση θα θυμηθούμε το Γαλιλαίο και την πεποίθησή του ότι τα μαθηματικά δεν είναι για να «σώζουν τα φαινόμενα» αλλά για να τα ερμηνεύουν. Ας θυμηθούμε τι έγραφε ο Κοπέρνικος για την κίνηση της γης γύρω απ' τον ήλιο κάτω από την πίεση της Καθολικής εκκλησίας:

«..είναι αστείο να πιστεύει κανείς πως η βαριά γη θα μπορούσε να βρίσκεται σε κίνηση. Όμως αν υποθέσουμε ότι συμβαίνει αυτό τότε οι υπολογισμοί γίνονται ευκολότεροι και ο κόσμος πολύ περισσότερο κατανοητός...».

Τελικά όμως η μαθηματική περιγραφή οδήγησε στη φυσική περιγραφή της κίνησης της γης.

Κατ' αρχάς θα δείξω ότι μπορούμε να μεταβάλουμε, μέσα από μια καθαρή μαθηματική πορεία, τις αντιλήψεις μας για το χώρο και το χρόνο ξεκινώντας απ' τις παραδεγμένες σήμερα αρχές της μηχανικής....Minkowski

2. Ο ΝΕΥΤΩΝΕΙΟΣ ΧΡΟΝΟΣ

Για να κατανοήσουμε την περιγραφή του κλασσικού χωρόχρονου πρέπει να γνωρίζουμε τη φυσική σημασία των αξόνων που θα χρησιμοποιούμε και επειδή ο χώρος και οι μετρήσεις του είναι γνωστά απ' την γεωμετρία, θα περιγράψουμε τον χρονικό άξονα όπως τον αντιλαμβάνονταν ο Νεύτων και οι σύγχρονοί του.

Ο χρόνος λοιπόν του Νεύτωνα προαναγγέλλεται απ' τον Αριστοτέλη: Ο Αριστοτέλης χαρακτήριζε το χρόνο σαν το μέτρο της κίνησης. Ωστόσο παρατήρησε ότι « δεν μετρούμε μόνο την κίνηση με το χρόνο αλλά και το χρόνο με την κίνηση». Στον κόσμο του Αριστοτέλη ανάμεσα σ' όλες τις κινήσεις που συμβαίνουν, η καταλληλότερη για τον υπολογισμό του χρόνου είναι η ομαλή κίνηση του ουρανού. Όμως δεν ταύτισε το χρόνο με την περιστροφή του ουράνιου στερεώματος γιατί «αν υπήρχαν πολλοί ουρανοί, θα υπήρχαν πολλοί χρόνοι συγχρόνως» πράγμα εξαιρετικά αφηρημένο αφού **« ο χρόνος είναι ο ίδιος παντού συγχρόνως »** ή κατά την Νευτώνεια διατύπωση **«είναι ο ίδιος παντού, κάθε στιγμή του διαχέεται αδιαίρετα σ' όλο το σύμπαν και σε οτιδήποτε»**.

Αυτή η έννοια του παγκόσμιου χρόνου που διαρκώς μετριέται απ' την κίνηση του ουρανού αλλά δεν ταυτίζεται μ' αυτήν είναι ο πυρήνας του Νευτώνειου «απόλυτου, αληθινού και μαθηματικού χρόνου».

Ο χρόνος **« στην αληθινή του φύση και άσχετα απ' τα εξωτερικά πράγματα κυλάει ομοιόμορφα »** και ονομάζεται διάρκεια. Είναι το t των εξισώσεων της μηχανικής. Ο χρόνος δεν πηγάζει απ την κίνηση αλλά αντίθετα η κίνηση περιγράφεται με τον χρόνο. Είτε είναι πιο γρήγορη είτε πιο

αργή είτε αν σταματήσει κάθε κίνηση στο σύμπαν, ο χρόνος θα εξακολουθεί να τρέχει και οι αιώνες να κυλούν. Είναι η πραγματικότητα του χρόνου που θα προσδιορίσει το αργό ή το γρήγορο της αληθινής κίνησης των σωμάτων και η διάσταση αυτή ανάμεσα στο χρόνο και την κίνηση ήταν αναμενόμενη απ' την στιγμή που η αστρονομία θρυμμάτισε τον περιβάλλοντα ουράνιο θόλο του οποίου η καθημερινή περιστροφή μετρούσε το χρόνο του Αριστοτέλη.

Όμως η φυσική κάνει μετρήσεις. Η αναφορά ότι ο χρόνος 'ρέει ομοιόμορφα' θα διαπιστωθεί πειραματικά μόνον όταν ο ρυθμός της ροής του συγκριθεί (μετρηθεί) με κάποιον άλλο ρυθμό που λαμβάνεται σαν μέτρο. Είναι προφανές ότι πρέπει να εισαχθεί κάποιος ορισμός - ο ορισμός του ρολογιού-- δηλαδή να περιγραφεί ένας τρόπος μέτρησης του χρόνου. Όμως ο Νεύτων δεν μπόρεσε να παρατηρήσει μια κίνηση ισοταχή και αιώνια που να τον μετράει. Η κίνηση των άστρων, δηλαδή της γης, δεν ήταν ισοταχής και ιδανική, αυτό ο Νεύτων το γνώριζε καλά, (Οι παλίρροιες προκαλούσαν καθυστερήσεις στην περιστροφή της γης) έτσι δεν μπορούσε να αποτελέσει μέτρο του χρόνου².

Ο τρόπος λοιπόν μέτρησης του χρόνου στην Νευτώνεια μηχανική είναι ιδανικός και θεωρητικός: είναι η **αρχή διατηρήσεως της αδράνειας**, ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα: Απολύτως ελεύθερα (δυνάμεων) σώματα θα

² ..Ο απόλυτος χρόνος στην αστρονομία διαφέρει απ' το σχετικό .., γιατί οι φυσικές ημέρες στην πραγματικότητα είναι άνισες...είναι πιθανό να μην υπάρχει ομοιόμορφη κίνηση που να μπορεί να μετρήσει με ακρίβεια το χρόνο (εδώ αναγνωρίζει την ανυπαρξία της παρατήρησης της αδρανειακής κίνησης). ..Νεύτων (σχόλιο)

κινούνται με απολύτως σταθερές ταχύτητες κατά μήκος ευθειών γραμμών , έτσι λοιπόν θα διαγράφουν ίσα διαστήματα σε ίσους χρόνους. Με άλλα λόγια η αρχή της αδράνειας συνδυαζόμενη με χωρικές μετρήσεις (αριθμημένος κανόνας) μας παρέχει τον ορισμό των ίσων χρονικών διαστημάτων. Η ροή του Νευτώνειου χρόνου μπορεί να αναγνωριστεί κατ' ευθείαν απ' την ανάγνωση των υποδιαίρέσεων του κανόνα απ' τις οποίες περνάει το σώμα αυτό, που κινείται κατά μήκος του ευθύγραμμου και ομαλά.

Όμως μια τέτοια ιδανική κίνηση δεν υπάρχει στον κόσμο μας. Ακόμα κι αν την τροποποιήσουμε σε περιστρεφόμενη όπως π.χ η κίνηση της γης - θεωρώντας αντίστοιχα την αρχή της διατηρήσεως της στροφορμής- πάντα θα υπάρχουν τριβές, δυνάμεις βαρύτητας κλπ, που τροποποιούν την κίνηση κάνοντάς την ακατάλληλη για την μέτρηση του χρόνου και το μόνο που θα προσπαθούμε πάντα θα είναι μια μεγαλύτερη δυνατή προσέγγιση.

Παρ' όλο λοιπόν που οι φυσικές μετρήσεις φαίνονται αδύναμες να μας εφοδιάσουν με έναν ισχυρό πειραματικό προσδιορισμό των ίσων χρονικών διαρκειών, η αρχή της αδράνειας μας καθιστά ικανούς να θεμελιώσουμε σε μαθηματικές βάσεις τη μηχανική αφού μας εξασφαλίζει τη φυσική ύπαρξη της ομοιόμορφης ροής του χρόνου.

Μοιάζει δηλαδή η πορεία εδώ με την πορεία της γεωμετρίας. Αρχικά οι πληροφορίες μας είναι εμπειρικές και ανακριβείς, όμως στη συνέχεια οι πληροφορίες αυτές ιδανικοποιούνται, αποκρυσταλλώνονται σε αξιώματα και αρχές δηλαδή μαθηματικοποιούνται. Από κει και πέρα το σύστημα αναπτύσσεται και τα συμπεράσματά του ελέγχονται

πειραματικά. Αυτό συνέβη και στην περίπτωση της μέτρησης του Νευτώνειου χρόνου: μετριέται με ένα ρολόι, όμως θεωρείται ότι ρέει ομοιόμορφα γιατί ισχύει η αρχή της αδράνειας.

Ενώ όμως η ομοιόμορφη ροή του χρόνου αποκτάει φυσικό περιεχόμενο απ' την αρχή της αδράνειας μια άλλη παραδοχή της Νευτώνειας εικόνας για τον χρόνο παραμένει τελείως υποθετική: αυτή της παγκοσμιότητάς του. Γιατί άραγε δύο ρολόγια σε διαφορετικά σημεία του χώρου και με διαφορετική κινητική κατάσταση δείχνουν τις ίδιες διάρκειες; Προκύπτει αυτό από κάποια αρχή της μηχανικής; Τι είναι αυτό που εξασφαλίζει το συγχρονισμό των ρολογιών μέσα στο Νευτώνειο οικοδόμημα;

Είναι το ακριβές ανάλογο της Ευκλείδειας ευθείας: γιατί άραγε υπάρχει μια μόνο παράλληλη προς αυτήν; Δεν υπάρχει απάντηση στο Ευκλείδειο σύστημα. Ο συγχρονισμός των ρολογιών είναι **προαπαιτούμενο** για την Νευτώνεια κατασκευή. Είναι όπως το πέμπτο αξίωμα του Ευκλείδη, μια ασάφεια που κανένας δεν φαινόταν να αμφισβητεί πριν τον Einstein.

Αυτή είναι η φυσική περιγραφή του χρονικού άξονα του κλασσικού χωρόχρονου. Η γεωμετρική του περιγραφή αναφέρεται στην στατικότητα του και αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Οι δύο αυτές περιγραφές επιβάλλονται απ' το γεγονός ότι για να κατανοηθούν τα γεωμετρικά συμπεράσματα της κίνησης στον χωρόχρονο πρέπει να μεταφερθούν στον κόσμο της εμπειρίας και της διαίσθησης, επομένως τα γεωμετρικά εξαγόμενα του χρονικού άξονα πρέπει να αποδοθούν με φυσικά μεγέθη.

3. Ο ΚΛΑΣΣΙΚΟΣ ΧΩΡΟΧΡΟΝΟΣ.

Τα χωροχρονικά διαγράμματα ήταν γνωστά απ' την εποχή του Γαλιλαίου όταν μελετούσε τις κινήσεις των βλημάτων στις ρίψεις. Βρίσκουμε ακόμα αναφορές στον χρόνο σαν τέταρτη διάσταση του κόσμου σε κείμενα του 18^{ου} αιώνα. Όμως η ιδέα αυτή δεν προχώρησε κατά τον 19^ο αιώνα μέχρις ότου η ν-διάστατη γεωμετρία άρχισε να αναπτύσσεται απ' τους μαθηματικούς. Είναι βασικό εδώ να καταλάβουμε ότι τα διαγράμματα εκείνα δεν ήταν παρά απλές γραφικές παραστάσεις των σχέσεων διάρκειας και απόστασης που επιθυμούσαμε να παραστήσουμε μελετώντας την κίνηση και τις οποίες ανακαλύπταμε μέσα απ' το πείραμα. Ήταν δηλαδή τα διαγράμματα του κλασσικού χωρόχρονου απλές γραφικές παραστάσεις των Γαλιλαιϊκών μετασχηματισμών, των τύπων δηλαδή που μετέφεραν τον χώρο και τον χρόνο της κλασσικής φυσικής από ένα σύστημα σε ένα άλλο που είχε σταθερή ταχύτητα ως προς το πρώτο (μετασχηματισμοί Γαλιλαίου)

Έτσι είναι εύλογο το γιατί τα χωροχρονικά διαγράμματα σπάνια αναφέρονταν στην κλασσική επιστήμη. Οι έννοιες όπως γεγονός, (σημείο στον χωρόχρονο) κοσμική γραμμή κλπ ήταν άγνωστες πριν τις ανακαλύψεις του Minkowski.

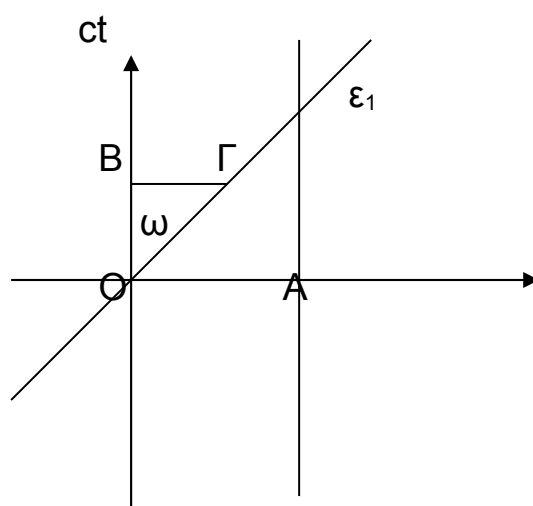
Είναι λοιπόν Γαλιλαιϊκός χωρόχρονος, ο χωρόχρονος στον οποίο οι συντεταγμένες των αδρανειακών παρατηρητών συνδέονται με τους Γαλιλαιϊκούς μετασχηματισμούς. Αν ορίσουμε σαν αδρανειακό παρατηρητή τον παρατηρητή που

δεν επιταχύνεται, τότε Γαλιλαϊκός παρατηρητής είναι ο αδρανειακός παρατηρητής σε Γαλιλαϊκό χωρόχρονο.,

Έχοντας δύο κάθετους άξονες στο σύστημα χωστ περιορίζουμε τον χώρο σε μία διάσταση και αποδίδουμε με δύο αριθμούς κάθε γεγονός που συμβαίνει στο χώρο και στο χρόνο. Αλλά και αντίστροφα δύο αριθμοί, οι συντεταγμένες, περιγράφουν κάποιο γεγονός στον χώρο και στον χρόνο.

Έχοντας τους δύο κάθετους άξονες του σχήματος 2 μεταβάλλουμε την κλίμακα του άξονα του χρόνου από t σε ct όπου c η ταχύτητα του φωτός παρ' όλο που στην κλασσική φυσική θεωρείται άπειρη. Στα διαγράμματα του κλασσικού χωρόχρονου απλώς θα θεωρούμε το c σαν μια σταθερά που ισούται με 300.000 Έτσι αριθμητικά εξισώνουμε τον χρόνο με το χρόνο φωτός που είναι απόσταση. Τώρα το ct είναι απόσταση όπως το x . Οι μεθοδεύσεις αυτές θα μας χρειαστούν στη σχετικότητα και τις ορίζουμε από τώρα.

Οι αλλαγές αυτές της κλίμακας στον άξονα του χρόνου έχει σαν αποτέλεσμα να χρησιμοποιούμε το ίδιο μήκος πάνω στους άξονες που να αντιπροσωπεύει ένα δευτερόλεπτο στο χρόνο και 300.000 χιλιόμετρα στον χώρο (Ox). Έτσι ένα σημείο $\Lambda(1, 1)$ αντιπροσωπεύει ένα γεγονός που συμβαίνει δεξιά του O σε απόσταση 300.000 χιλ. πάνω στον Ox και ένα δευτερόλεπτο μετά το χρόνο μηδέν.



X

ε

σχήμα 2

Η ύπαρξη ενός υλικού σώματος στο σημείο A του σχήματος πάνω στον Oχ αποτελεί ένα **γεγονός**, (σημείο, γεγονός) εφ' όσον η θέση του σώματος ορίζεται τώρα στο χώρο και στο χρόνο. Όμως το γεγονός αυτό (υλικό σώμα) δεν είναι στιγμιαίο, αλλά διαρκεί. Η διάρκειά του αποδίδεται με μια συνεχή διαδοχή σημείων γεγονότων που σχηματίζουν μια συνεχή ευθεία. Αυτή δίνει τις διαδοχικές θέσεις του σώματος στο χώρο και στο χρόνο και είναι η **κοσμική γραμμή** του σωματιδίου. Ακίνητο σωματίδιο λοιπόν στη θέση A σημαίνει κάθετη κοσμική ευθεία στον Oχ στο A. Αν κινείται πάνω στον Oχ με σταθερή ταχύτητα u προς τα δεξιά, με $x=0$ όταν $t=0$ τότε η κοσμική του γραμμή είναι η (ϵ_1) με $\epsilon\phi\omega = u/c$ αφού $x=ut$ και $c\chi = cu t$ και $\epsilon\phi\omega = B\Gamma/OB = \chi/ct = u/c$. Προφανώς η φωτεινή ακτίνα που κινείται απ' το O πάνω στον Oχ (προς τα δεξιά) έχει κοσμική γραμμή τον άξονα των χ αφού $u=\infty$. Ανάλογα ισχύουν για κίνηση προς τα αριστερά.

Ομοίως ο άξονας ct είναι η κοσμική γραμμή σώματος ακίνητου στο O.

Είναι φανερό ότι κάθε οριζόντια γραμμή -και ο Oχ- αντιπροσωπεύει το σύνολο των **ταυτόχρονων** γεγονότων για τους δύο παρατηρητές (έχουν ίδια χρονική συνιστώσα).

Μια κοσμική ευθεία θα ονομάζεται χωροειδής αν και μόνο αν όλα τα σημεία- γεγονότα είναι ταυτόχρονα. (όπως η BΓ)

Μια κοσμική ευθεία θα ονομάζεται χρονοειδής αν και μόνο αν δεν υπάρχει ζεύγος ταυτόχρονων σημείων της (όπως

η ϵ_1). Οι έννοιες αυτές θα αλλάξουν στον σχετιστικό ταυτόχρονο.

Κάθε ευθεία του Ευκλειδείου χώρου είναι μία χωροειδής ευθεία για τον χωρόχρονο, κάθε γνωστό διάνυσμα π.χ. της δύναμης θα ορίζει μια χωροειδή κατεύθυνση στο χωρόχρονο.

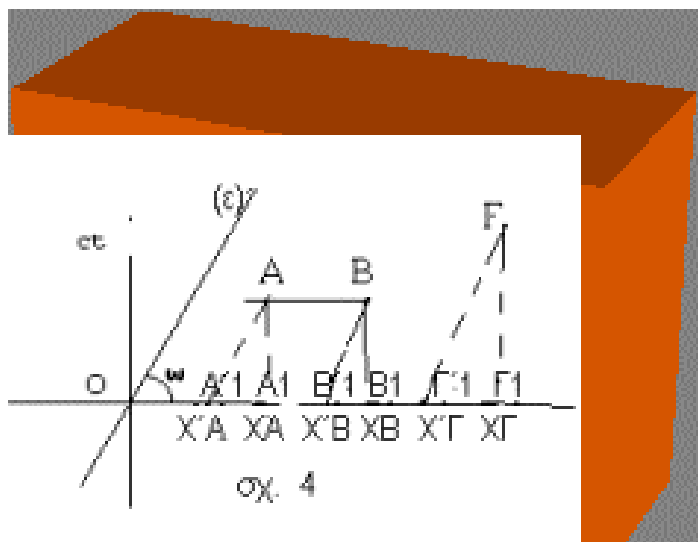
Θα δείξουμε στη συνέχεια ότι οι Γαλιλαϊκοί παρατηρητές συμφωνούν

A) στο ποσόν του χρόνου που διέρρευσε ανάμεσα σε δύο γεγονότα ($t=t'$)

B) στην απόσταση δύο ταυτόχρονων γεγονότων και

Γ) έχουν έναν απλό τύπο πρόσθεσης των ταχυτήτων.

A. Πράγματι έστω δύο σημεία τα A και B του σχήματος 1. Αναφερόμενα στο σύστημα $\chi o c t$ (η αποβάθρα, ο σταθμός) αντιπροσωπεύουν δύο **γεγονότα** που συμβαίνουν σ' αυτό . Αν υποθέσουμε ότι ένας παρατηρητής ξεκινάει απ' την αρχή O την χρονική στιγμή μηδέν να κινείται κατά μήκος του σταθμού προς τα δεξιά. Η κοσμική του γραμμή θα είναι η γνωστή ευθεία (ϵ). Γι' αυτόν τα γεγονότα A και B θα έχουν την ίδια χρονική απόσταση όπως και για τον ακίνητο παρατηρητή (αυτό είναι η πεποίθηση της κλασσικής φυσικής , ο Νευτώνειος χρόνος που είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο) άρα θα



πρέπει να συμπεράνουμε ότι κι αυτός θα εξακολουθεί να μετράει τον χρόνο πάνω στον ίδιο άξονα $O c t$. Έτσι στο

σχήμα 1 είναι $\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'$ για τους δύο παρατηρητές, τον ακίνητο ως προς το $Xoct$ και τον κινούμενο ως προς αυτό.

B. Οι χωρικές μετρήσεις του κινούμενου παρατηρητή θα υπολογίζονται πάνω στον άξονα Ox του ακίνητου - αφού η χωρική απόσταση είναι αναλλοίωτη, όμως θα τροποποιείται ως εξής: (σχ. 4)

Η τετμημένη του A για τον κινούμενο θα είναι η τομή του Ox με την παράλληλη προς την (ε) αφού κάθε παράλληλη προς αυτήν αντιπροσωπεύει τα γεγονότα που συμβαίνουν στο ίδιο σημείο του χώρου. Έτσι λοιπόν είναι για το σημείο A (σχ. 4) $\chi' = OA_1' = OA_1 - A_1'A_1 =$

$$OA_1 - AA_1 \epsilon \phi \omega = OA_1 - AA_1 u / c =$$

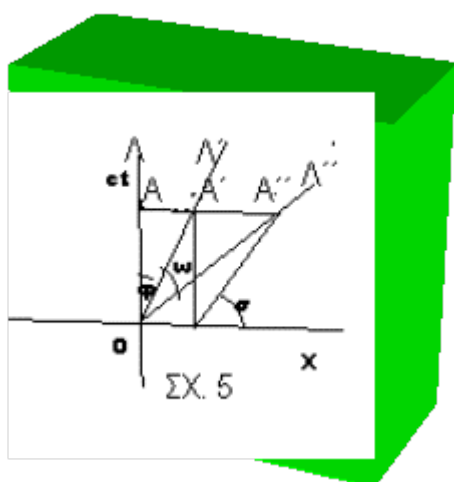
$$= OA_1 - ctu / c = \chi - ut$$

και έχουμε τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου. Είναι προφανές ότι για τα ταυτόχρονα γεγονότα A, B είναι $\chi_B - \chi_A = \chi'_B - \chi'_A$ και η πρόταση B ισχύει.

Όμως οι δύο παρατηρητές δεν συμφωνούν για την απόσταση δύο μη ταυτόχρονων γεγονότων π.χ. των B και Γ του σχήματος 4. Αφού $\chi_\Gamma - \chi_B \neq \chi'_\Gamma - \chi'_B$ (τα τρίγωνα δεν είναι ίσα). **Έτσι δεν υπάρχει ένας τύπος για την απόσταση τυχόντων γεγονότων που να ισχύει για όλους τους παρατηρητές.**

Γ. Ας δούμε τον νόμο της πρόσθεσης των ταχυτήτων (σχ. 5)

Έστω δύο κινούμενοι παρατηρητές ο Λ' και ο Λ'' και ο Λ ακίνητος στο $Oxct$. Η ταχύτητα του Λ'' ως προς τον Λ είναι $u_1 = \epsilon \phi(\phi + \omega).c$, του Λ' ως προς Λ είναι $u_3 = \epsilon \phi \phi.c$ και του Λ'' ως προς τον Λ' είναι



$$U_2 = \epsilon \phi \sigma \text{ .c.}$$

Αλλά $AA'' = AA' + A'A''$ δηλ. $\epsilon\phi(\omega+\phi) = \epsilon\phi\phi + \epsilon\phi\sigma$ άρα $U_1 = U_2 + U_3$.

Δηλαδή έχουμε τον γνωστό τύπο της πρόσθεσης των ταχυτήτων.

Σαν τελική συνεισφορά της γεωμετρίας και του κλασσικού χωρόχρονου στη μηχανική, θα δώσουμε τη γεωμετρική ερμηνεία των νόμων του Νεύτωνα μέσα στο τετραδιάστατο συνεχές:

Πρώτος νόμος: η κοσμική γραμμή κάθε ελεύθερου σώματος στον κλασσικό χωρόχρονο είναι ευθεία.

Δεύτερος νόμος: Το αποτέλεσμα μιας δύναμης που ασκείται σ' ένα σώμα είναι η απόκλιση της κοσμικής του γραμμής σε κάθε κοσμικό της σημείο, κατά τη χωροειδή διεύθυνση που ασκείται η δύναμη αυτή, με έναν χρονικό ρυθμό μεταβολής ανάλογο της δύναμης και αντιστρόφως ανάλογο της μάζας του.

Τρίτος νόμος: Ο τρίτος νόμος μας προσδιορίζει ποια σώματα είναι ελεύθερα και επομένως ποιες χρονοειδείς κοσμικές γραμμές είναι ευθείες.

Παρατηρώντας τις ομοιότητες και τις διαφορές με τον Ευκλείδειο τρισδιάστατο χώρο της γεωμετρίας βλέπουμε ότι παρ' όλο που και οι δύο αποτελούν ένα συνεχές -αντιστοιχία σε κάθε σημείο μιας τριάδας και τετράδας αριθμών αντίστοιχα- εν τούτοις υπάρχει μια μεγάλη διαφορά μεταξύ τους: Στο χώρο υπάρχει η δυνατότητα να μετρήσουμε μια απόσταση ,στο χωρόχρονο όχι. Δεν μπορούμε π.χ. να μετρήσουμε την απόσταση δύο γεγονότων που συμβαίνουν το ένα στη Θεσσαλονίκη τη Δευτέρα και το άλλο στην Αθήνα την

Τετάρτη. Ο χωρόχρονος στερείται μετρικής. Η σύνθεση του κλασσικού χωρόχρονου είναι τεχνητή όπως θα ήταν αν για τέταρτη συνιστώσα είχαμε π.χ τη θερμοκρασία, τότε θα είχαμε τον θερμοχώρο. Δεν υπάρχει μια έκφραση για την απόσταση δύο τυχόντων γεγονότων η οποία θα μένει αναλλοίωτη για όλους τους παρατηρητές ανεξάρτητα απ' την κίνησή τους. **Ο κλασσικός χωρόχρονος στερείται γεωμετρίας αφού στερείται ενός τύπου για την απόσταση, αντίστοιχου με το Πυθαγόρειο θεώρημα του τρισδιάστατου Ευκλείδειου χώρου.** Έτσι ο κλασσικός χωρόχρονος εκφράζει αυτό το χάσμα της διαίσθησής μας ανάμεσα στον χώρο και τον χρόνο της εμπειρίας μας. Ο χώρος μετριέται με την γνωστή Ευκλείδεια μετρική και ο χρόνος με ένα παγκόσμιο ρολόι. Συνεπώς η απόσταση έχει νόημα μόνο σ' ένα δεδομένο σημείο του τρισδιάστατου χώρου (οπότε σημαίνει διανυόμενος χρόνος) ή σε μια δεδομένη στιγμή (που σημαίνει απόσταση δύο σημείων).

Η ανακάλυψη της μετρικής του χωρόχρονου ήρθε από την εμπειρία και μάλιστα ύστερα από μεγάλη προσπάθεια και πειράματα υψηλής ακρίβειας. Χρειάστηκαν τα πειράματα των Michelson- Morley. καθώς τα πειράματα του Fizeau, η περιπέτεια σχετικά με τον αιθέρα οι προσπάθειες του Lorentz οι παράδοξες συστολές του Fitzgerald και ένα σωρό άλλες υποθέσεις για να καταλήξουμε στα αξιώματα (δύο) της ειδικής σχετικότητας τα οποία εγκαθιδρύουν μια μετρική στον χωρόχρονο, παράγοντας τα εκπληκτικά αποτελέσματα της σχετικότητας .